אלה ואלה

אביעזרי פרנקל

**מבוא**.

בדברי תורה, אלה ואלה דברי א-לוקים חיים! על כל נושא, קטן או גדול, יש הרבה קושיות ובעיות ותירוצים לפי הגישות השונות של השואל והמתרץ. לעתים קרובות מוסבר שדעה אחת מיושמת בנסיבות אלה והאחרת בנסיבות אחרות. לעתים מפציע מאור גדול שמאיר באור יקרות תחום רחב של נושאים/פריטים שונים בתכלית והופכם לכוכבים זוהרים שמפיצים/מאחדים את האור שהיה כבוי בהיותם בודדים. בלימוד מתמטיקה שיטת הלימוד דומה, אך לא זהה. הקושיות והבעיות מתבטאות, בין השאר, בספקות לגבי נכונות/אי-נכונות של תוצאה משוערת. לעתים יש הוכהה שאחת נכונה או דוגמת נגד שמראה שהאחרת אינה נכונה; ולעתים ההשערות עדיין פתוחות. גם כאן קמה לעתים אישיות מיוחדת שמציעה הצעה מקורית לשיטה חדשה בלתי צפויה שפותרת בעיות קשות שהיו פתוחות זמן רב.

**מטרתנו**: להראות, באמצעות דוגמאות, את הקשיים והבעיות, הדיונים בהם, הניסויים לפתור אותם, ההצלחות החלקיות, או אף המלאות בכל שטח. אלו ואלו יודעים שרק היותם *תלמידים* יומם ולילה במאמץ ללא הפוגה, עשויים להביאם לתשובות מאחדות. אלא שבכל תחום יש אנשים מוכשרים במיוחד, שיכולים להשיג את המטרה הנכספת במעט פחות מאמץ, ויתר השראה.

**השוני בהכרעה בין השיטות**.

במתמטיקה יש מושג של משפט והוכחה. ניסוח של משפט עשוי להכיל טענה של פתרון של בעיה, או נכונות אחת מדעות שונות, ועוד ועוד. לאחר *הוכחת* משפט, אפשר להשמיט את המילה "ניסוח". אין ספקות וערעורים על טענת המשפט. בתלמוד אין הוכחות; אך כאן משתקפות יותר הגישות של השואל והמתרץ שמשתכללות יותר ויותר עם הזמן. תלמידי חכמים דנים בעיקר בספקות ללא הכרע, ולכן גורמים ליצירות מקוריות רבות תוך מאמץ לשכנע את הקוראים בגישתן החדישה, שנשענות על תורה שבכתב ובע"פ ועל יצירות קודמיהן. להלן שלוש דוגמאות מלימוד תורה; ושלוש דוגמאות ממתמטיקה.

**לימוד תורה**. (א) וְעַתָּה הַנִּיחָה לִּי וְיִחַר־אַפִּי בָהֶם וַאֲכַלֵּם וְאֶעֱשֶׂה אוֹתְךָ לְגוֹי גָּדוֹל (פר' כי תשא).

סוף זמן מנחה השמש עומדת לשקוע ... פנצ'ר בגלגל. הנהג יוצא מהמכונית ויגע להחליף את הצמיג, תוך שהוא גם מתפלל מנחה. הן רבי יצחק הלוי, הרב מברדיצ'ב, סנגורם של ישראל, והן חיים נחמן ביאליק קטגורם, היו עדים למעשה. ר' יצחק הלוי אמר, ריבונו של עולם, ראה נא את דבקותם של ישראל בעבודתך, אפילו בזמן שהם עסוקים בעבודה דחופה בדרכים, אינם שוכחים לעובדך! חיים נחמן כינה את אחד משיריו חֹזֶ֕ה לֵ֥ךְ בְּרַח־לְךָ֖ אֶל־אֶ֣רֶץ יְהוּדָ֑ה, מאחת מנבואות הזעם של עמוס (ז, יב); וכן מאחת מנבואותיו של ישעיהו (מט, ד): וַאֲנִ֤י אָמַ֙רְתִּי֙ לְרִ֣יק יָגַ֔עְתִּי לְתֹ֥הוּ וְהֶ֖בֶל כֹּחִ֣י כִלֵּ֑יתִי. וביאליק אמר:

אִם כֹּחִי תַם לָרִיק – לֹא פִשְׁעִי,

חַטַּאתְכֶם הִיא וּשְׂאוּ הֶעָוֹן!

לֹא מָצָא תַחְתָּיו סְדָן פַּטִּישִׁי,

קַרְדֻּמִּי בָא בְּעֵץ רִקָּבוֹן.

מעשה אחד, שתי התייחסויות מנוגדות, עפ"י השקפותיהם המנוגדות.

(על כגון אלה נשאר לנו רק לומר: ... הס קטיגור וקח סניגור ...)

(ב) אחד מחמישה מקראות בתורה שאין להם הכרע. אחד מהם: וּבַמְּנֹרָה אַרְבָּעָה גְבִעִים מְשֻׁקָּדִים כַּפְתֹּרֶיהָ וּפְרָחֶיה (פר' תרומה). האם משוקדים מוסב על הגביעים או על הכפתורים ופרחים?

הרבה דיו נשפך על שאלה זאת, עוד מזמנים קדומים (יומא נב א ב). הרמב"ם (1138 –1204) פסק: ארבעת הגביעים וכפתור ופרח, כולם משוקדים (בית הבחירה, ג; א, ב). המהר"י קורקוס (פעל בסביבות 1540, לפני הכסף משנה) הסביר שלכן מורה הרמב"ם לצאת ידי שתי האפשרויות ולעטר הן את הגביעים והן את הכפתורים והפרחים, כי הרמב"ם סבור שהלכה למעשה הספק על משוקדים עומד בעינו, ולכן הוא מורה לצאת ידי שתי האפשרויות ולעטר הן את הגביעים והן את הכפתורים והפרחים 'שאף אם יעשו משוקדים ואין צריך להיות משוקדים אין בכך הפסד'.

[(לולא דמסתפינא](https://daat.ac.il/lesson2/musagim/value2.asp?id1=279) הייתי שואל אם אין כאן חשש של לֹא־תֹסֵ֣ף עָלָ֔יו, דברים פר' ראה). דיון זה על משוקדים נמשך ביתר שאת בנושאי כליו הרבים של הרמב"ם.

(ג) דוגמה זו שונות מהקודמות, כי כאן אין שתי דעות שלכל אחת נימוקים משלה, אלא שדעת הרוב נובעת מאי-ידיעה, אעפ"י שברור שהצדק עם המיעוט.

(i) מדובר בפיסוק: רובינו מתפללים משה ובני ישראל לך ענו שירה, בשמחה רבה [מה הם שרו בשמחה רבה?] ואמרו כולם, בעוד שצ"ל משה ובני ישראל לך ענו שירה בשמחה רבה, ואמרו כולם. לצערנו יש עוד אלף\_0 שגיאות ממין זה.

(ii) מדובר בהטעמה. בקדיש הרוב הגדול של החזנים (וחלק מהמתפללים, בנסיבות עצובות בד"כ) אומרים לעלא (מלרע), שמיא (מלעיל) בעוד שצריך להיות בדיוק הפוך: לעלא (דניאל ו, ג), שמיא (28 מקומות). המלה עלא במובן של 'למעלה ממנו' ייחודית בתנ"ך, אלא שהיא גם נמצאת (שם ו, ודברי הימים א; ז, לט) בהטעמה מלרע, ניקוד שונה, ובמובנים אחרים לגמרי – הכל לפי טענת פרויקט השו"ת. מה שבמיוחד מפתיע, שבסידורים עם הטעמה, אפילו רק חלקית, שתי הטעמות אלה במקומותיהן הנכונים, והמתפללים "מתקנים אותם"! לצערנו יש עוד אלף\_0 שגיאות מסוגים אלה.

**מתמטיקה.** (א)מספר ראשוני הוא מספר שרק מתחלק בעצמו, כגון 5,11,29. (אך 10 אינו ראשוני, כי הוא מתחלק ב-2 וגם ב-5.) *זוג* של מספרים ראשוניים, כגון 17,19 או 29,31 שההפרש ביניהם 2 הוא זוג של מספרים ראשוניים. האם קיים מספר שלאחריו כבר אין יותר זוגות, או שאין מספר כזה (אינסוף זוגות)? גם אם לא הצלחנו להסביר ספק זה, כבר המתמטיקאים היוונים הקדמונים (כ-600 שנים לפנה"ס) מתלבטים בו ובבעיות נוספות. ההשערה היא שיש אינסוף זוגות, אך (עדיין?) אין לכך הוכחה. הניסיונות להתיר ספקות, השרה מספר גדול מאד של משפטים מעניינים בניסיון לפתרון ולכן גם כלים מתמטיים חדשים וגם השערות נוספות. התרה והצעה של השערות הן אחת השיטות ה-יעילות/חשובות לפיתוח ולימוד מתמטיקה בעבר ובהווה. תלמידי תורה דנים בעיקר בספקות ללא הכרע, ולכן גורמים ליצירות מקוריות רבות תוך מאמץ לשכנע את הקוראים בגישתם החדישה, יחד עם הסתמכות על תורה שבכתב ובע"פ ועל יצירות קודמיהם.

(ב) גרעין השיטה ההסתברותית: נניח שקשה להוכיח ש חֵפֶץ/דָּבָר/עֶצֶם קיים או שיש לו תכונה מסוימת, אך יש הסתברות חיובית להימצאות של החפץ/תכונה, אזי החפץ/תכונה קיימים! כלומר, אם דגימה אקראית בשטח מסוים מראה שלהימצאות החפץ יש הסתברות חיובית, אפילו קטנה עד מאד, החפץ קיים, אעפ"י שלא ראינו אותו. לדוגמה, נניח שיש m ג'ולות, גולון, שכל אחת קשורה עם כל האחרות (באמצעות m-1 חוטים) נצבע כל חוט אדום או כחול. האם קיימת צביעה כך שהגולון לא יכיל אדמון (עם חוטים אדומים בלבד) ולא כחלון (כנ"ל)? באמצעות חישוב אלגברי ניתן להוכיח שהתשובה חיובית, כך שלא ייוצר אדמון (עם a חוטים בלבד, או כחלון, עם k חוטים בלבד). הגישה האלגברית מסובכת וקשה, כולל החישוב של a, k אך באמצעות דגימה אקראית, ההוכחה הופכת לפשוטה. במסגרת זו לא ניכנס לפרטים, רק נציין שהגישה מעניקה פתרון לבעיות שלא היו להן שום פתרון עד עתה. הכלים להוכחה הסתברותיים, אך התוצאה הסופית וודאית לגמרי, ללא שום ספק. יישום השיטה בעיקר במתמטיקה בדידה, כגון קומבינטוריקה, תורת המספרים או הגרפים ומדעי המחשב. אך כיום היא מיושמת גם בשטחים אחרים במתמטיקה, כגון אלגברה לינארית, אנאליזה של מספרים ממשיים, ותורת האינפורמציה. החלוץ של השיטה היה פאול ארדש, Paul Erdős, מתמטיקאי יהודי יליד הונגריה, גאון במתמטיקה, שגם הרבה לבקר בישראל.

(ג) בעיית העצירה: בהינתן תכנית מחשב וקלט (שאלה), האם התכנית תסיים את פעולתה בשלב כלשהו עבור קלט זה. אלן טיורינג Alan Turing הוכיח שאין שיטת פתרון שמכריעה לכל קלט ולכל שיטת פתרון האם לבעיית העצירה יש פתרון, כלומר, האם התכנית תסיים את פעולתה או תחשב לנצח.

**השוואה**. האין זה דומה למה שכתבנו לעיל, 'הרמב"ם סבור שהלכה למעשה הספק על משוקדים עומד בעינו'? הלא בשניהם מדובר על ספק: ספק להיכן מוסב משוקדים, והאם המחשב יעצור? ההבדל הגדול הוא 'הרמב"ם סבור' 'וטיורינג הוכיח'. לעיל כבר אמרנו שלאחר הוכחה אין שום ספק. נציין שלפתרון בעיות תאורטיות של תלמידי מתמטיקה יש השלכות מרחיקות לכת על חיינו. למותר לציין שבספקות של תלמידי חכמים שיש להן השלכות לחיים יש *לפסוק*. גם אם כרגע לפסק של הרמב"ם הנ"ל אין השלכה לחיינו כיום, הרי בכל יום אנו מתפללים לבניין בית המקדש במהרה בימינו וכאשר תפילה זו תיענה, השאלה תיהפך לרלוונטית מאד. אך ברור שיש שאלות רבות שרלוונטיות כיום, כגון מה הם המקרים שפיקוח נפש דוחה שבת, שימוש במכשירי חשמל בשבת ועוד רבות נוספות. גם יש לעתים דיון אם לקבל או לדחות פסיקה אחת ולקבל פסיקה אחרת (קטניות בפסח).

היופי בתלמיד תורה הוא שבא יותר לידי ביטוי דווקא בחוסר הוכחה והכרעה שמאפשר להאיר את הכתוב ואמרות קודמות בזוהר משובב לב הלוך וגדל. על הרמב"ם לבד נכתבו למעלה מ-1000 ספרים ומספר עצום של מאמרים. היופי במתמטיקה הוא פתרונות של בעיות והצגת שאלות חדשות. לתלמידי חכמים ותלמידי מתמטיקה שיטות לימוד שונות בדרך כלל, אך שניהם משתדלים ללמוד מקודמיהם. לשני התלמידים יחדיו סיפוק רוחני וגם פיזי לאחר שהגיעו לפתרונות המיוחלים ולאתגרים חדשים ואז עולים דרגה בדרגות החכמה.

בשניהם שני שלבים עיקריים בלימוד: בשלב הראשון מתעמקים בהבנת כל פריט לעצמו. לדוגמה, לתלמידי תורה דעות ומחלוקות רבות, כגון פירוש רש"י שמסביר בלשון קצרה את פשט הכתוב אך חובק את ההבנה של תורה שבכתב ובע"פ יחדיו, לבין נחמה לייבוביץ שמנתחת כל אות ואות בכתוב ובפירושים אחרים (כגון מתי רש"י משתמש בעבר פשוט ומתי בעבר בוי"ו ההיפוך), אבל על המקרא בלבד; דעת מקרא, רס"ג המקצר ורמב"ן המאריך, המשך חכמה שמחדש חידושים נפלאים, ועוד ועוד. תוך כדי דיונים אלה מתלבנת ההבנה/ההבהרה של כל פריט ופריט. ההבנה בתורה שבע"פ דורשת יכולת אינטלקטואלית מיוחדת במינה. רק התגברות על הבבלי והירושלמי והבנת חלק מפירושיהם דורשת כישרון מיוחד מגדר הרגיל (סיני, עוקר הרים – עיין הוריות יד, א).

השלב השני מתרכז באיחוד מספר פריטים שונים במעט או בהרבה תחת מטרייה/רעיון משותף אחד, כגון המשך חכמה והרב יעקב מדן שמגלים לנו את הרעיונות העיקריים והמשותפים בין פריטים שנראים שונים ששופכים אור על שניהם וגם על העיקרון המקשר. לשלב השני מצטרפים בעיקר קריאה/הבנה של נושאים שונים מתורה שבכתב לבין תורה שבע"פ, וכיצד הם מפיצים אור על ההבנה של כל אחד והשילוב ביניהם (עוקר הרים). בהתאם למה שכתבנו לעיל,

בלימוד מתמטיקה יש קודם כל להבין כל נושא לעצמו, כגון מתמטיקה רציפה, וגם היא מתחלקת להרבה נושאים שונים כגון חשבון דיפרנציאלי, חשבון אינטגרלי, תורת ההסתברות, ועוד הרבה; לבין מתמטיקה בדידה שגם מתחלקת לתחומי משנה רבים, כגון קומבינטוריקה, תורת הגרפים, מדעי המחשב, משחקים ללא מזל ועוד רבות. הבנה בסיסית של כל אלה עדיין בבחינת סיני. אך יישום של 'רעיונות רציפים' כדי להעמיק בהבנה או אף לפתרון של 'בעיות בודדות' כבר מהוות עוקר הרים. לדוגמה, בהמשך למה שכתבנו לעיל במתמטיקה (ב), יישום כזה הוא שימוש של הסתברות לפתרון מדהים של 'בעיות בודדות' שהיו פתוחות זמן רב, אך גם של 'בעיות רציפות' עצמן.

הניסיונות להכריע השערות, השרה מספר גדול מאד של משפטים מעניינים בניסיון לפתרון ולכן גם כלים מתמטיים חדשים וגם השערות נוספות. החתירה להכרעת השערות היא אחת השיטות החשובות לפיתוח ולימוד מתמטיקה חדישה. תלמידי תורה דנים בעיקר בספקות ללא הכרע, ולכן גורמים ליצירות מקוריות רבות תוך מאמץ לשכנע את הקוראים בגישתם החדישה, יחד עם הסתמכות על תורה שבכתב ובע"פ ועל יצירות קודמיהם.

אלו ואלו יודעים שהתאים האפורים בראש שולטים על הלבנים והאדומים שבשאר חלקי הגוף; לא רק שולטים, אלא מסייעים לנו להתמיד לשמור על *שלושתם* כדי לאפשר לנו לשאוף להמשיך לעלות בדרגה על מנת לעשות, ללמוד וללמד ביתר שאת.

**הישן יתחדש והחדש יתקדש**