

שיעורי בית - 4

תאריך הגשה: 11/12/2016

1. נבנה יחד מודל לחיזוי התפשטות מחלות שאינן מסכנות חיים:
נסמן ב S את מספר החולים
נסמן ב H את מספר הבריאים

נניח שמספר החולים המחלימים ביום נתון על ידי aS כאשר a הוא פרמטר ההחלמה

נניח שמספר הנדבקים ביום נתון על ידי $bSH/(S+H)$ כאשר b הוא פרמטר ההדבקה.

נניח שהשינוי במספר החולים/הבריאים ניתן לכן לתיאור בעזרת מערכת משוואות דיפרנציאליות מהצורה:

$$\frac{dH}{dt} = aS - b \frac{SH}{S+H}$$
$$\frac{dS}{dt} = b \frac{SH}{S+H} - aS$$

א. הראו שבמודל זה גודל האוכלוסייה הכולל $H(t) + S(t) = P$, אינו משתנה בזמן, כלומר $dP/dt=0$

ב. השתמשו בממצא זה: הציבו במשוואה השניה $S=P-H$ וקבלו משוואה דיפרנציאלית עבור H :

$$\frac{dH}{dt} = F(H; P, a, b)$$

ג. מצאו את F וסרטטו את הפונקציה F עבור המקרה $a/b < 1$ ועבור המקרה $a/b > 1$. איזו ביפורקציה מתרחשת במעבר בין המקרים?

ד. מצאו מה הדינמיקה בשני המקרים:

- 1) ציירו באופן איכותני איך משתנית אוכלוסיית הבריאים בדיאגרמת הפאזה. ניתן להשתמש בתוצאות שאלה 2.
- 2) ציירו באופן איכותני איך משתנית אוכלוסיית הבריאים בדיאגרמת זמן
- 3) חזרו על סעיפים 1 ו2) עבור אוכלוסיית החולים.
- 4) הסבירו במילים את התוצאות ובמיוחד השוו בין שני המקרים.

ה. רשות: פיתרו את המשוואות בצורה אנליטית/נומרית והשוו לתוצאות שחזיתם.
ו. רשות: מנו עוד הנחות שנכללו במודל זה והציעו דרכים להפוך אותו ליותר ריאליסטי.

2. נפתור את סעיף ד1 מהשאלה הקודמת באמצעות שימוש בפייתון. הורידו מאתר הקורס את הקובץ 'hw4.py'. זו הדוגמה שראינו בכיתה לדיאגרמת פאזה עבור המודל הלוגיסטי. כעת נרצה לשרטט דיוקן פאזה עבור המשוואה שמצאתם בשאלה 1ב. בשאלה זו הניחו ש- $P=1$, כלומר אנו מדברים על אוכלוסיה מגורמלת.
- איך נכתוב את הפונקציה F שמצאתם בשאלה הקודמת בפייתון? (לדוגמה – x^2 ייכתב כ- $x**2$ או $\text{np.power}(x,2)$)
 - החליפו את המשוואה המתארת את המודל הלוגיסטי ב- F שמצאתם בשורות 19 ו-24 בקוד – שימו לב, המשתנה הינו X (אות גדולה). כתבו מהן השורות החדשות שמתקבלות.
 - קבעו בקובץ את ערכי הפרמטרים a ו- b והריצו לקבלת דיוקן פאזה. שימו לב – ייתכן שתצטרכו לשנות את תחום ערכי X על מנת לקבל בתמונה את כל נקודות השבת.
 - הריצו את הקוד שוב עם ערכי a, b שונים כך שתקבלו בסך הכל גרף אחד עבור המקרה $a/b < 1$ ואחד עבור המקרה $a/b > 1$. שמרו את הגרפים והגישו אותם יחד עם שיעורי הבית.
 - בנוסף: הוסיפו לגרפים את נקודות השבת, כותרת, כותרות לצירים ומקרא על סמך הדוגמה שעשינו בכיתה ונתונה בקובץ – '1d phase portrait - example.py'