# שיעורי בית - 6

תאריך הגשה 25.12.2016

1. בשאלה זו נבחן מה קורה לפתרון של משוואת ההפרשים

$$y_{m+1} + py_m + qy_{m-1} = 0$$

כאשר הפתרונות של המשוואה הריבועית

$$r^2 + pr + q = 0$$

מתלכדים, כלומר כאשר $p^2 = 4q$.

א) הראו כי אם $x_m = r^m$ אז מתקיים:

$$(*)\ x_{m+1} + px_m + qx_{m-1} = r^{m-1}\left(r + \frac{p}{2}\right)^2$$

ב) צד ימין של משוואה (*) מתאפס רק אם $r = -\frac{p}{2}$. הראו שמכך נובע כי פתרון אחד למשוואת ההפרשים הינו $y_m = \left(-\frac{p}{2}\right)^m$.

ג) על מנת לקבל פתרון נוסף, גזרו את המשוואה (*) לפי $r$ והראו כי:

$$\frac{dx_{m+1}}{dr} + p\frac{dx_m}{dr} + q\frac{dx_{m-1}}{dr}$$
$$= (m-1)r^{m-2}\left(r + \frac{p}{2}\right)^2 + 2r^{m-1}\left(r + \frac{p}{2}\right)$$

ולפיכך פתרון נוסף למשוואת ההפרשים הינו $y_m = \frac{dx_m}{dr}|_{r=-p/2}$

ד) מכיוון ש-$x_m = r^m$, השתמשו בסעיף הקודם כדי להראות כי הפתרון הכללי למשוואת ההפרשים במקרה בו $p^2 = 4q$ הינו

$$y_m = c_1\left(-\frac{p}{2}\right)^m + c_2 m\left(-\frac{p}{2}\right)^m$$

וודאו את את נכונות הפתרון הכללי ע"י הצבה במשוואת ההפרשים המקורית.

2. פתרו: $a_{n+1} - a_n = 2a_{n-1}$ עבור $a_0 = 1, a_1 = 0$.

שרטטו את $a_n$ כפונקציה של n

שרטטו את $\log|a_n|$ כפונקציה של n

3. פתרו: $a_{n+1} - a_n = -2.5a_{n-1}$ עבור $a_0 = 1, a_1 = 0$

שרטטו את $a_n$ כפונקציה של n

שרטטו את $\log|a_n|$ כפונקציה של n

4. פתרו: $2a_{n+1} - a_n = -.25a_{n-1}$ עבור $a_0 = 1, a_1 = 0$

שרטטו את $a_n$ כפונקציה של n

שרטטו את $\log|a_n|$ כפונקציה של n

5. רשות – חזרה על משוואת הפרשים לינארית מסדר ראשון:
הציגו בצורה גרפית את הפתרון ל:

$$a_{n+1} = -\frac{1}{5}a_n + 4, \quad a_0 = 10$$

שרטטו את $a_{n+1}$ כפונקציה של $a_n$

שרטטו את $a_n$ כפונקציה של n

שרטטו את $\log|a_n|$ כפונקציה של n