

בחינת אמצע סמסטר (בחינת בית)

מטרת מבחן הבית הינה להכין את הסטודנט/ית לבחינת הסיום.
הנחיות: יש להקדיש זמן מרוכז להשלים את הבחינה כדי שמטרת המבחן תושג.
לכן יש צורך לפנות זמן ומקום מתאים ללא הפרעות (וכמובן ללא שיתופי פעולה).

למי שמעוניין להיבחן בזמן שמיכל זמינה לבירורים במייל בנושא הבחינה,
מומלץ להיבחן ביום א', ה- 25.12.16 בין השעות 11:00-18:00

זמן הבחינה המוערך: שעתיים (ולכל היותר 4, אלא סמנו מה הספקתם בשעתיים הראשונות)
תאריך וזמן התחלה: זמן סיום:

ניקוד: (30)3, (30)2, (40)1

1. עבור המשוואות הבאות קיבעו מה סוג המשוואה ומהם סוגי הפתרונות האפשריים –
בפרט ציינו לכל מערכת:

- א. המערכת היא לינארית או לא-לינארית
- ב. כמה נקודות שבת יש/ייתכן שיש למערכת (אין צורך לחשב אותן)
- ג. מהו סדר המערכת (משוואת הפרשים מסדר ראשון, שני וכדומה, או משוואה דיפרנציאלית מסדר ראשון, שני וכדומה)
- ד. האם הפתרונות תמיד מונוטוניים או שיתכן כי יהיו פתרונות לא מונוטוניים? נמקו.
במידה וייתכנו פתרונות לא מונוטוניים, הסבירו איך ניתן לבדוק זאת (אם הטענה מבוססת על חישוב אין צורך לחשב אלה רק להסביר את תהליך החישוב, התוצאות האפשריות והמסקנות מהחישוב)

$$x \in \mathbb{R}, \quad \frac{dx}{dt} = x - 8 \quad \text{I.}$$

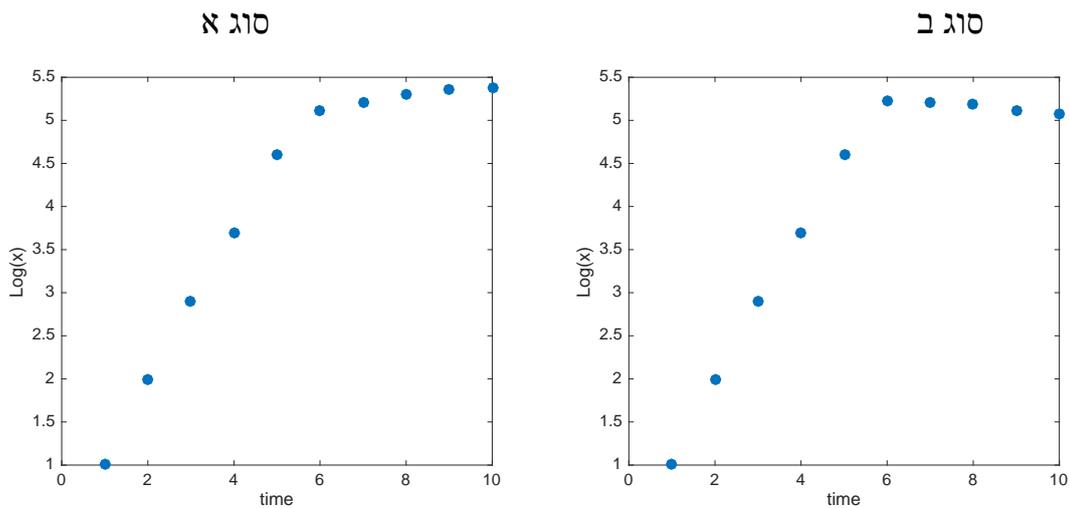
$$x \in \mathbb{R}, \quad \frac{dx}{dt} = x + x^2 - 8 \quad \text{II.}$$

$$N_k \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}^+ \quad N_{k+1} = aN_k(N_k - 1) \quad \text{III.}$$

$$x \in \mathbb{R}, \quad \frac{dx}{dt} = -\sin x + 0.25 \quad \text{VI.}$$

$$N_k \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}^+ \quad N_{k+1} = 5N_k + N_{k-1} - 1 \quad \text{V.}$$

2) בניסוי גדילה של שני סוגי בקטריות התקבלו הגרפים הבאים:



הוצאו שלושה מודלים מתימטיים לתיאור הניסוי (כאשר x מסמל את ריכוז הבקטריות):

$$\frac{dx}{dt} = a + cx \quad \text{I}$$

$$\frac{dx}{dt} = cx + dx^2 \quad \text{II}$$

$$x_k = x(k), \quad x_{k+1} = ax_k(1 - x_k/b) \quad \text{III}$$

- א. הסבירו, בכל מודל, מה מייצג כל איבר ומהם הערכים של הפרמטרים המייצגים הליכים סבירים מבחינה ביולוגית (כלומר האם תצפו ש a, b, c, d הם חיוביים או שליליים).
- ב. הסבירו מה סוג הפתרונות שיכול להתקבל בכל אחד מהמודלים (עבור הערכים של הפרמטרים שמצאתם בא').
- ג. הסיקו אילו מהמודלים יכולים להסביר את תוצאות הניסוי א' ואילו את ב'.
- ד. (בנוסף) במידה ויש שני מודלים שיכולים להתאים לתוצאות הניסוי, הציעו ניסוי/מדידה נוספת שיבדיל ביניהם וייקבע מי מהם רלוונטי

3. נתבונן במודל:

$$N_k \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{Z}^+ \quad N_{k+1} = -4 + 6N_k - N_k^2$$

- א. מהן נקודות השבת של מודל זה?
- ב. ציירו באופן איכותני את דיאגרמת העכביש המתאימה
- ג. חיקרו את יציבות נקודות השבת שקיבלתם: כתבו את משוואות הלינאריות ליד כל אחת מהנקודות, הסיקו לגבי היציבות/אי היציבות שלהן, הדגימו באופן סכמטי את תוצאות אלו על דיאגרמת העכביש.
- ד. (בנוסף) מהי התנהגות הפתרונות לאחר כמה איטרציות?

4. בנוסף לעבודת בית (לאחר סיום המבחן) – השתמשו בתוכניות הפיתוח לבדיקת תרגילים 1,3