1. מושג החישוב

מהו חישוב?

ראשית נדגיש כי מדובר כאן במושג אינטואיטיבי אשר אנחנו מנסים לתת לו הגדרה פורמלית. מטבע הדברים לא תוכל ההגדרה הפורמלית לחפוף את המושג האינטואיבי (אלא אם אחד מהם יאבד את מהותו). נוכל לקוות רק להתאמה (רבה ככל האפשר) בין שתי הקטגוריות השונות. את ההתאמה לא נוכל "להוכיח" אלא רק "לראות", "להשתכנע" ולכל הפחות "לקבוע".

באופן המופשט ביותר נתיחס לחישוב כאל תהליך שינוי של סביבה , ע"י מספר (אולי רב) של צעדים פשוטים (אטומיים). צעד פשוט אינו "קופץ" מהסביבה הנוכחית לסביבה הבאה "באופן שרירותי", אלא "עובר" מן הסביבה הנוכחית לבאה ע"י שינויים מקומיים המוגדרים ע"י כללים פשוטים. כללים פשוטים אלו אינם מאפשרים שינויים מהפכניים של כל הסביבה בצעד אחד.

נבהיר את התיאור המופשט הנ"ל, ע"י עיון במספר דוגמאות:

[1] מחשב כפי שאנחנו מכירים אותו הוא סביבה גדולה, הכוללת את הזכרון הראשי והמשני שלו. חישוב של מחשב כזה מורכב מסדרה של צעדים פשוטים. בכל צעד (פקודת מכונה) משתנה התוכן של מספר קטן של תאי זכרון במחשב בהתאם לתוכן של מספר קטן של תאים אחרים. בצעד חישוב אחד של המחשב, לא מתבצע כמובן, שינוי של כל תוכן הזכרון הראשי (והמשני) של המחשב, וודאי שלא כפונקציה של תוכן כל הזכרון.

[2] המשחק הידוע בשם "משחק החיים" (LIFE) מתנהל ע"י איטרציות של השמת אסימונים והסרתם מדף משבצות (אינסופי) לפי הכללים הבאים:
נגדיר את **האסימונים הסמוכים למשבצת**, כאסימונים הנמצאים ב-8 המשבצות הסמוכות (גובלות או נוגעות) למשבצת.

[2.1] משבצת בעלת (בדיוק) שלושה אסימונים סמוכים בשלב ה- i, תכיל אסימון בשלב ה- $i+1$.

[2.2] משבצת בעלת (בדיוק) שני אסימונים סמוכים בשלב ה- i, תשאר באותו מצב בשלב ה- $i+1$.

[2.3] משבצת בעלת מספר אחר של אסימונים סמוכים בשלב ה- i, לא תכיל אסימון בשלב ה- $i+1$.

שים לב כי הכללים המגדירים את "משחק החיים" הם מקומיים ופשוטים ולפיכך ניתן לראות בתהליך המשחק הזה - חישוב.

[3] העולם הפיזי כפי שהוא מוכר לנו מהתנסותנו וכפי שמניח מהנדס המבקש להשתמש בתופעותיו, מהווה מחשב. המעבר מתיאור רגעי אחד של העולם, לתיאור הרגעי הבא איננו שרירותי. הנחתינו היא, למשל, כי מיקומו של עצם ברגע הבא תלוי במספר קטן של גורמים הפועלים עליו, ולא במצב העולם כולו. (במאמר מוסגר יש כמובן לציין כי התיאור הנ"ל הוא קירוב בלבד, אבל יש לשים לב שגם המודל המדויק יותר של

העולם המכני, אינו מניח מעבר שרירותי, אלא יחסים פשוטים יחסית שמשפיעים על השינוי). בניגוד לתיאור הנ"ל, נסה להעלות בדעתך עולם פלאי, המשנה את צורתו ותוכנו מרגע לרגע באופן שרירותי לחלוטין: מה שהיה ברגע זה אדם, הופך ברגע הבא לאוסף של ברווזים בתוך ביצה ...

נסכם. תהליך של חישוב מנגד (מלשון ניגוד) סביבה גדולה, עם שינויים קטנים הנעשים ע"י חוקים מוגבלים ופשוטים יחסית. במודל פורמלי לא יהיה נוח לדבר במונחים בלתי ברורים של "גדול" ו"קטן" (האם 1000 הוא מספר גדול או קטן, האם 10 קטן ביחס ל-100 וכו'...). לפיכך נעדיף לדבר במונחים של "אינסופי" ו"סופי". בכל מקום בעתיד שנשתמש במושג "אינסופי", ניתן יהיה לשמור על משמעות הדיון ע"י בחירת מספר גדול דיו, ביחס לאותו מספר שהוגדר כסופי. בשימוש במונחים מדויקים יותר, נזהה חישוב עם פעילות של חוקים הניתנים לתאור סופי על סביבה אינסופית.

ומהי תכלית החישוב?

לחישוב יש תמיד תכלית. צעד חישוב אחד מעביר אותנו מסביבה אחת לסביבה שניה וכך גם החישוב כולו. אלא, בעוד שהמעבר ע"י צעד בודד הוא פשוט, הרי המעבר ע"י סדרת צעדים (קרי חישוב) הרבה יותר מורכב. נאמר שהחישוב נגמר כאשר הסביבה מפסיקה להשתנות. שים לב שמצב זה יציב בכל מודל "סביר" של חישוב, משום שכללי המעבר מסביבה לסביבה קבועים, ולכן אם לא נעשה שינוי בסביבה בצעד הקודם, הרי שגם לא יעשה שינוי בצעד הבא. תהליך החישוב "מגדיר" פונקציה אשר מתאימה לסביבה התחלתית α, סביבה סופית β, אם חישוב המתחיל בסביבה α נגמר בסביבה β, כל זאת במידה והחישוב המתחיל ב-α נגמר (ז.א. מתייצב). שים לב שהפונקציה שהוגדרה היא פונקציה חלקית ואינה מוגדרת על סביבה התחלתית אשר חישוב המתחיל בה אינו מסתיים. פונקציה זאת נקראת הפונקציה המחושבת ע"י המחשב (המוגדר ע"י כללי שינוי הסביבה המסוימים). להבהרת הדיון, תן דעתך לפונקציה המחושבת ע"י מחשב IBM, ועל הפונקציה המחושבת ע"י "משחק החיים". טבעי לאמר כי תכליתו של מחשב הינה הפונקציה המחושבת על ידו.

מכיוון שלכל "מחשב" (אוסף כללי שינוי סביבה פשוטים), מותאמת הפונקציה המחושבת על ידו, טבעי לשאול, "האם לכל פונקציה, ניתן להתאים מחשב אשר מחשב אותה?". במילים אחרות, "האם כל פונקציה, $f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$, ניתנת לחישוב?". בשלב זה, עלול חוסר ההיכרות עם הנושא, להוליך לאשליה כי כל פונקציה ניתנת לחישוב. אחת התוצאות החשובות של הקורס, היא שלילה של אשליה זו. בפרט, הפונקציות המתאימות לבעיות הבאות אינן ניתנות לחישוב:

[1] בהנתן ספסיפיקציה (כתובה בשפה פורמלית מסוימת) ותכנית מחשב, האם התכנית מתאימה לספסיפיקציה?

[2] בהנתן תכנית מחשב, האם היא עוצרת על כל קלט?

מן האמור לעי"ל משתמע שלא ניתן לכתוב תכנית מחשב אשר תפתור אחת מן הבעיות הנ"ל (ועוד רבות אחרות). זו עובדה חמורה שאסור שתעלם מעיני בוגר מדעי-המחשב.

ברור שיקשה עלינו להמשיך בדיון במושג החישוב, תוך שימוש בהפשטות כפי שנהגנו עד עתה (אפילו אם נעזר בדוגמאות). מה שנחוץ הינו מודל קונקרטי של חישוב.

מושג החישוב, זהה למעשה עם מושג האלגוריתם. למעשה, אלו שתי צורות הסתכלות באותה תופעה. מושג החישוב, כפי שהוגדר לעי"ל, מוגדר כאוסף כללים פשוטים ומסיק כי הם מגדירים פונקציה. גישה אלגוריתמית, "יוצאת" מפונקציה נתונה, ומבקשת למצוא אוסף של כללים פשוטים (כלומר, האלגוריתם), המאפשר לחשב את הפונקציה.

שים לב לעובדה, כי כאשר דובר על בנית אלגוריתמים, בקורסים קודמים, לא דובר על בנית מחשב לכל משימה. במקום זאת, הונח כי קיימים "מחשבים", אשר מסוגלים לחשב מספר פונקציות פשוטות (חיבור, כפל, השוואה וכו') ונדרש לבנות "מחשב" אשר מחשב פונקציה מורכבת (כמו, מסלול קצר ביותר בגרף). תוך שימוש במחשבים הפשוטים יותר כסברוטינה. ניתן גם להעיר, כי למעשה, בקורסים אלו, עסקו בבנית אלגוריתמים, מבלי להגדיר את מושג האלגוריתם. ניתן לראות את הקורס הנוכחי כממלא את החסר.