2. מודל פשוט של חישוב: מכונת טיורינג (Turing Machine)

המודל של מכונת טיורינג הינו פשוט במובן שנוח יהיה לתאר באופן מדויק את המודל של מכונת טיורינג (לצורך חקירת תכונות החישובים הנעשים בו) ואין פירושו שיהיה נוח לחשב או לבנות מכונות במודל זה. פשטות זו מתאימה לנו משום שאין לנו שום כוונה לחשב בעזרת מכונות טיורינג, או לבנות מכונות כאלו, אלא רק לדון בהן!

הצורך במודל חישוב מסוים מודגם ע"י הניסיון שנעשה בפרק הקודם לדון במושג החישוב ללא מודל מסוים. מצד שני, ברצוננו להדגיש שכל מה שנאמר בעתיד על חישוב לא ינבע מן הפרטים הספציפיים של המודל המסויים, אלא יהיה תקף לכל מודל סביר אחר של חישוב. המודל צריך להיות סביר משתי בחינות מנוגדות: הוא צריך לאפשר לבצע כל חישוב שניתן לבצע במודל סביר אחר (דרישת מינימום), והוא צריך להתאים למושג האינטואיטיבי של חישוב (דרישת מקסימום). עוד נרחיב את הדיבור בנקודה זו.

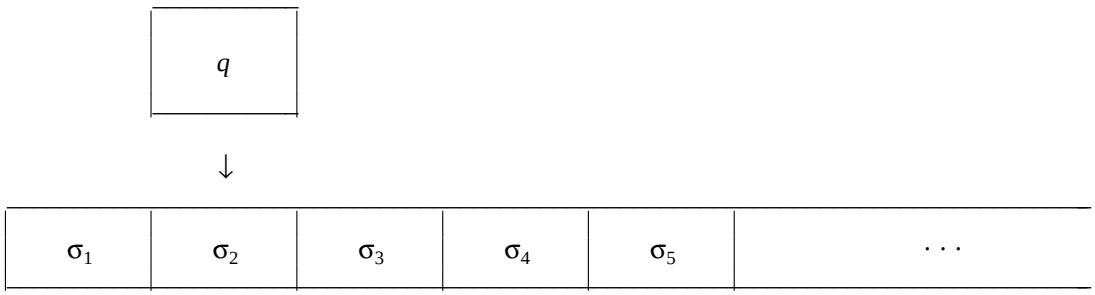
הבסיס למודל של מכונת טיורינג הוא דוגמא נוספת של חישוב. חישוב (או שיערוך או פישוט) של ביטוי אריתמטי או אלגברי. אדם המבצע חישוב/פישוט כזה (אלא אם כן הוא גאון או שהביטוי האלגברי ההתחלתי הוא מאד קצר), חוזר ומעתיק את הביטוי כל פעם מחדש תוך שהוא מבצע מספר קטן של פישוטים (שינויים) מקומיים.

<u>לדוגמא:</u>

$$\begin{aligned} & x(x^2+3x) + x^2(x+3)(x-4) - x^2(x+1)(x-1) \\ &= x^3 + 3x^2 + x^2(x^2-x-12) - x^2(x^2-1) \\ &= x^3 + 3x^2 + x^4 - x^3 - 12x^2 - x^4 + x^2 \\ &= -8x^2 \end{aligned}$$

כמובן שאנחנו "מדלגים" על מספר צעדים (ז.א. מבצעים אותם במחשבה - כל אחד עפ"י יכולתו ...) אך לא בזה הענין. הענין הוא בכך, שבעיקרון התהליך מורכב מביצוע של סדרת שינויים קטנים. תהליך זה הוא הבסיס למכונת טיורינג כפי שהיא מופיעה במאמרו של Turing משנת 1937.

נתחיל בתיאור לא פורמלי של מכונת טיורינג. מכונה כזו מורכבת מסדרה אינסופית של תאים (cells) המסודרים על סרט (tape), מראש קורא/כותב (head), ומבקרה סופית (finite control). בכל רגע, הראש נמצא מעל אחד התאים והבקרה נמצאית באחד מתוך מספר סופי של מצבים (ראה ציור 2.1). בצעד חישוב אחד, הראש קורא את תוכן התא (שמעליו הוא נמצא) ובהתאם לתוכן זה ולמצב בו נמצאת הבקרה הסופית, הראש כותב, בתא זה, תוכן חדש (זהה אולי לישן), זז תא אחד ימינה או שמאלה או נשאר במקומו, ואילו הבקרה עוברת למצב חדש (יתכן זהה למצב הישן). החישוב הוא סדרה של צעדים כאלו.



ציור 2.1: הבקרה נמצאת במצב q, הראש נמצא על התא השני שתוכנו σ_2.

אינטואיטיבית, הפונקציה המחושבת ע"י מכונת טיורינג מתאימה למחרוזת α את המחרוזת β, אם המכונה, הפותחת בחישוב כאשר אותיות α נמצאות ב- $|\alpha|$ התאים הראשונים בסרט, מסיימת אותו כאשר אותיות β נמצאות ב- $|\beta|$ התאים הראשונים בסרט והראש הקורא עומד מימין ל-β (זכור $|\alpha|$ הוא אורך המחרוזת α). שים לב כי הסרט הוא אינסופי לכוון אחד.

התיאור הלא פורמלי הנ"ל איננו מחייב וכל תכליתו היא לסייע בעיכול התיאור הפורמלי. כלל זה יחול גם על ההערות המצורפות לתיאור הפורמלי ועל השמות טעוני המשמעות של רכיבים שלו.

הגדרה 2.1: **מכונת טיורינג**, היא שביעיה $M = (Q, q_0, F, \Gamma, \Sigma, \not{b}, \delta)$, המקיימת את התנאים הבאים:

(1) Q היא קבוצה סופית, שתקרא קבוצת המצבים.

(2) $q_0 \in Q$. מצב זה יקרא המצב ההתחלתי.

(3) $F \subseteq Q$. אברי קבוצת מצבים זו יקראו מצבים סופיים.

(4) Γ היא קבוצה סופית, שתקרא א"ב עבודה.

(5) $\Sigma \subsetneq \Gamma$. קבוצה זו תקרא א"ב קלט.

(6) $\not{b} \in \Gamma \setminus \Sigma$, יקרא רווח או ריק.

(7) $\delta : \left[(Q \setminus F) \times \Gamma\right] \to \left[Q \times \Gamma \times \{L, R, S\}\right]$ תקרא פונקצית המעברים.

הערות:

1. השמות רומזים על התפקיד שימלאו הרכיבים השונים בהגדרת חישוב של מכונת טיורינג (שתובא בהמשך). התפקיד של הקבוצה F והסיבה לקיום $\not{b} \in \Gamma \setminus \Sigma$ תובהר רק בהגדרת הפונקציה המחושבת ע"י מכונת טיורינג.

2. למי שלמד את הקורס באוטומטים ובלבלו את דעתו במושג של מכונות לא דטרמיניסטיות, נדגיש שכאן מדובר במכונה דטרמיניסטית, כלומר מכונה המתאימה לכל זוג (q,σ) שלישיה יחידה (p,τ,M). למושג-לכאורה של מכונה אי-דטרמיניסטית אין אחיזה במושג האינטואיטיבי הסביר של חישוב. (ובכל זאת גם אנו נדבר בשלבים מאוחרים יותר על "מכונות לא-דטרמיניסטיות", אלא שדיבור זה יהווה רק דרך (פיקטיבית), לדבר על ענין אחר שיש לו קיום).

הגדרה 2.2: **קונפיגורציה רגעית** של מכונת טיורינג M, היא סדרה $\alpha \in \Gamma^* \times Q \times \Gamma^*$.

אינטואיציה להגדרה 2.2: ה"פירוש" של הקונפיגורציה הרגעית $\sigma_1 \cdots \sigma_{i-1} q \sigma_i \cdots \sigma_n$ הוא שתוכן התא ה j-י של הסרט הוא σ_j $(1 \le j \le n)$, תוכן כל התאים הנותרים (אלו שמימין לתא ה n-י) הוא $\not b$, הראש של המכונה M נמצא מעל התא ה i-י, והמצב של הבקרה הסופית הוא q. הזהר להבחין בין מצבי הבקרה הסופית (שהם אברי Q) לבין קונפיגורציות רגעיות.

קונוונציה: לפעמים יהיה נוח יותר לרשום $\sigma_1 \cdots \sigma_{i-1} \overset{q}{\sigma_i} \cdots \sigma_n$ במקום $\sigma_1 \cdots \sigma_{i-1} q \sigma_i \cdots \sigma_n$. סימון זה אינו סטנדרטי אך ימנע מאתנו להסתבך בנסיונות להזכר האם $\sigma_1 \cdots \sigma_{i-1} q \sigma_i \cdots \sigma_n$ פרושו שהראש נמצא מעל התא ה i-י (נכון), או מעל התא ה $(i-1)$-י (לא נכון). מאידך, גם להבא, נתיחס לקונפיגורציות כאברים מתוך $\Gamma^* \times Q \times \Gamma^*$.

הגדרה 2.3: **צעד חישוב** של מכונת טיורינג M, הוא יחס בין זוגות של קונפיגורציות רגעיות המוגדר כדלקמן, ומסומן ע"י "$\overset{}{\underset{M}{\vdash}}$":

אם $\delta(q,\sigma) = (p,\tau,R)$ אז לכל $\alpha,\beta \in \Gamma^*$ ולכל $\sigma' \in \Gamma$ מתקיים $\alpha\sigma\sigma'\beta \overset{q}{\underset{M}{\vdash}} \alpha\tau\sigma'\beta \overset{p}{}$ וכן מתקיים $\alpha\sigma \overset{q}{\underset{M}{\vdash}} \alpha\tau\not b \overset{p}{}$.

אם $\delta(q,\sigma) = (p,\tau,L)$ אז לכל $\alpha,\beta \in \Gamma^*$ ולכל $\sigma' \in \Gamma$ מתקיים $\alpha\sigma'\sigma\beta \overset{q}{\underset{M}{\vdash}} \alpha\sigma'\tau\beta \overset{p}{}$.

אם $\delta(q,\sigma) = (p,\tau,S)$ אז לכל $\alpha,\beta \in \Gamma^*$ מתקיים $\alpha\sigma\beta \overset{q}{\underset{M}{\vdash}} \alpha\tau\beta \overset{p}{}$.

הערות לגבי הגדרה 2.3:

א. התנאי הראשון מגדיר צעד בו המכונה הולכת ימינה, התנאי השני מגדיר צעד בו המכונה הולכת שמאלה, ואילו התנאי השלישי מגדיר צעד בו המכונה עומדת במקום. המקרה השלישי נראה מיותר אך יהיה בו שימוש ע"מ לפשט את התאור.

ב. במעבר $\alpha\sigma \overset{q}{\underset{M}{\vdash}} \alpha\tau\not b \overset{p}{}$ הופך הרווח המובלע בקונפיגורציה $\alpha\sigma$ למפורש בקונפיגורציה $\alpha\tau\not b \overset{p}{}$.

ג. המכונה לא יכולה לנוע משמאל לקצה השמאלי של הסרט (ז.א. צעד כזה אינו מוגדר).

שים לב!! לפי הגדרה זו של קונפיגורציה, בכל צעד חישוב, גודל הקונפיגורציה אינו קטן, אלא נשאר קבוע או גדל באחד. כמו כן, שים לב כי היחס $\underset{M}{\vdash}$ הוא למעשה פונקציה.

<u>הערות מתקדמות:</u> ניתן לוותר על האפשרות של המכונה לעמוד במקום, ולדרוש תנועה ימינה או שמאלה בכל צעד חישוב. כמו כן ניתן "להפטר" מאי-הסימטריה הנובעת מכך שהסרט אינסופי רק לכיוון אחד. השינוי הראשון יפשט טיעונים על המודל, בעוד שהשינוי השני יפשט את התכנות בו. בשלב זה נמנע משניהם!

<u>סימון:</u> נסמן $\alpha \overset{n}{\underset{M}{\vdash}} \beta$ אם קיימת סדרה באורך $n+1$ של קונפיגורציות $\alpha = \alpha_0 , \alpha_1 , \ldots , \alpha_n = \beta$ כך שלכל $1 \le i \le n$ מתקיים, $\alpha_{i-1} \underset{M}{\vdash} \alpha_i$. שים לב ש-$n$ יכול להיות כל מספר טבעי, בפרט אפס (במקרה זה, $\alpha = \beta$). נסמן ע"י $\overset{*}{\underset{M}{\vdash}}$ את הסגור הטרנזיטיבי-רפלקסיבי של הרלציה $\underset{M}{\vdash}$. כלומר, $\alpha \overset{*}{\underset{M}{\vdash}} \beta$ אם קיים n כך ש- $\alpha \overset{n}{\underset{M}{\vdash}} \beta$.

<u>הגדרה 2.4:</u> **קונפיגורציה התחלתית** של מכונת טיורינג M, היא סדרה $q_0\alpha$ כאשר $\alpha \in \Sigma^*$.
α נקרא **הקלט** המתאים לקונפיגורציה ההתחלתית $q_0\alpha \in Q \times \Sigma^*$. במידה ו α הינה המילה הריקה, נסמן את הקונפיגורציה ההתחלתית ע"י q_0 (ולא ע"י $q_0\text{␣}$).

<u>הערה לגבי הגדרה 2.4:</u> בקונפיגורציה התחלתית של מכונה, הראש נמצא בתא השמאלי ביותר של הסרט, במצב התחלתי q_0, והקלט למכונה רשום החל מתא זה ימינה. הקלט מסתיים עם אות הרווח (␣) הראשונה (ומכאן החשיבות של התנאי $\Sigma \subseteq \Gamma \setminus \{\text{␣}\}$).

<u>הגדרה 2.5:</u> **קונפיגורציה סופית** של מכונת טיורינג M היא קונפיגורציה $\beta q \gamma$, כאשר $q \in Q$ ו- $\beta,\gamma \in \Gamma^*$ המקיימת אחד משני התנאים:

(1) $q \in F$. במקרה כזה נאמר כי $\beta q \gamma$ הוא הפלט המתאים לקונפיגורציה הסופית $\beta q \gamma$.

(2) β היא המילה הריקה, σ היא האות השמאלית ביותר של γ, ואילו $\delta(q,\sigma) = (p,\tau,L)$ (עבור $p \in Q$ $\tau \in \Gamma$ כלשהם) במקרה כזה הקלט (β) המתאים לקונפיגורציה ריק.

<u>הערה לגבי הגדרה 2.5:</u> קונפיגורציה סופית מאופינת בכך שאין קונפיגורציה שיכולה לבוא אחריה (ז.א. אין צעד חישוב אפשרי ממנה), אם מפני שמצב המכונה סופי (ועבור מצב סופי לא מוגדר מעבר מכונה) או מפני שהמכונה "מבקשת" לנוע שמאלה בעוד שהיא עומדת על התא השמאלי ביותר בסרט. הפלט המתאים לקונפיגורציה סופית מסוג (1), הינו תוכן התאים שמשמאל לראש (לא כולל התא בו נמצא הראש!). שים לב כי גם במקרה הראשון יכול הפלט המתאים לקונפיגורציה הסופית להיות ריק.

<u>הערה מתקדמת:</u> בהמשך נראה כי ניתן להמנע מקונפיגורציות סופיות מהסוג השני, במובן הבא: לכל מכונת טיורינג ניתן לבנות מכונת טיורינג שקולה לה (כלומר המחשבת את אותה פונקציה) אשר במקום לעצור בקונפיגורציה סופית מסוג (2), תעצור בקונפיגורציה סופית מסוג (1) עם פלט ריק.

<u>הערה:</u> בהגדרה 2.5 מתברר התפקיד של קבוצת המצבים הסופיים F המשמשת להגדרת סיום חישוב מסוג (1). אמנם ניתן היה להסתפק בסיום חישוב מסוג (2) בלבד, אך זה היה מחייב הגדרת פלט בצורה שונה וסרבול הגדרות שיבואו בעתיד. בנוסף לכך זה נראה קצת מלאכותי להגדיר באופן סטנדרטי את סיום החישוב ע"י "קטסטרופה" (נפילה מן הסרט).

<u>הגדרה 2.6:</u> **הפונקציה המחושבת** ע"י מכונת טיורינג M, היא פונקציה (מלאה או חלקית) $f_M : \Sigma^* \to \Gamma^*$ המוגדרת כדלקמן: עבור $\alpha \in \Sigma^*$ אם קיימים $\beta,\gamma \in \Gamma^*$ וכן $q \in Q$ כך ש- $q_0\alpha \overset{*}{\underset{M}{\vdash}} \beta q \gamma$ והקונפיגורציה $\beta q \gamma$ סופית, אז נאמר כי M **עוצרת** על α ונגדיר את $f_M(\alpha)$ כשווה ל-β. במידה ועבור $\alpha \in \Sigma^*$ לא קיימים β,γ כנ"ל אז נאמר כי M אינה עוצרת על α והפונקציה f_M אינה מוגדרת על α.

<u>הערות לגבי הגדרה 2.6:</u> אם $f_M(\alpha) = \beta$ משמע שחישוב של מכונת טיורינג M על הקלט α מסתיים (בקונפיגורציה סופית) עם פלט β. אם f_M לא מוגדר על α משמע כי חישוב של M על הקלט α אינו מסתיים לעולם (ז.א. הוא חישוב אינסופי).

<u>הגדרה 2.7:</u> שתי מכונות טיורינג תקראנה **שקולות**, אם הן מחשבות את אותה פונקציה (חלקית או מלאה). ז.א. M_1 ו M_2 שקולות אם לכל $\alpha \in \Sigma^*$ הפונקציה f_{M_1} מוגדרת על α אם ורק אם f_{M_2} מוגדרת על α ובמידה וערכים אילו מוגדרים הם שווים, $f_{M_1}(\alpha) = f_{M_2}(\alpha)$.

<u>דוגמאות למכונות טיורינג וחישוביהן:</u>

(1) מכונת טיורינג המחשבת את הפונקציה $f_1(\alpha) = 0^{|\alpha|}$. הרעיון: הפוך כל אות $\sigma \in \Sigma^*$ ל-0 ועצור בהגיעך ל $\not b$. קידוד המכונה: $\delta(q_0,\not b) = (f,\not b,S)$. ולכל $\sigma \in \Gamma$, החוק, $\delta(q_0,\sigma) = (q_0,0,R)$.

(2) מכונה המחשבת את הפונקציה $f_2(\alpha) = \lambda$, כאשר λ היא המילה הריקה. הרעיון: עצור מיד. קידוד המכונה: לכל $\sigma \in \Gamma$ החוק, $\delta(q_0,\sigma) = (f,\sigma,S)$.

(3) מכונה המחשבת את פונקצית הזהות (כלומר, $f_3(\alpha) = \alpha$). רעיון: המכונה עוברת לימין הקלט. פרטי הקידוד: $\delta(q_0,\not b) = (f,\not b,S)$, ולכל $\sigma \in \Gamma$, החוק, $\delta(q_0,\sigma) = (q_0,\sigma,R)$.

(4) מכונת טיורינג המחשבת את הפונקציה $f(\sigma_1 \cdots \sigma_n) = h(\sigma_1) \cdots h(\sigma_n)$, כאשר h היא פונקציה כלשהי מ- Σ ל- Σ: $\delta(q_0,\text{␣}) = (f,\text{␣},S)$ ולכל $\sigma \in \Gamma$ החוק, $\delta(q_0,\sigma) = (q_0,h(\sigma),R)$.

(5) תהי R שפה רגולרית, ותהא χ_R הפונקציה האופינית שלה (ז.א. $\chi_R(\alpha) = \begin{cases} 1 & \alpha \in R \\ 0 & \alpha \notin R \end{cases}$). בנה מכונת טיורינג המחשבת את χ_R. (R שפה רגולרית, לכן יש לה אוטומט מצבים סופי המקבל אותה. נשתמש במכונת טיורינג כאוטומט, כאשר בכל החישוב נזוז ימינה, ובסיום הקלט נחזור לתא הראשון על הסרט ונרשום בו 1 או 0 בהתאם למצב בו עצר האוטומט. שים לב שיש לסמן תא זה מראש!).

<u>תרגיל 2.1:</u> הראה כי לכל מכונת טיורינג M קיימת מכונת טיורינג M' שקולה, אשר איננה מסיימת חישוב ע"י נסיון הליכה משמאל לגבול הסרט (ז.א. סיום מסוג (2) בהגדרה 2.5).

<u>תרגיל 2.2:</u> הראה כי לכל מכונת טיורינג M קיימת מכונת טיורינג M' שקולה, אשר הקונפיגורציות הסופיות שאליהן היא מגיעה בסוף חישוב הן מן הצורה $\beta p \text{␣}^*$ כאשר $p \in F$. ז.א. במידה ו M' עוצרת תוכן הסרט ממקום הראש וימינה לו כולו רווחים. (רמז: יש לדעת להבחין בין תא שביקרנו בו (או תא המכיל אות קלט מקורית) לבין התאים האחרים. אבחנה זו נחוצה על מנת לאפשר "מחיקה" של כל הסימנים שמימין לפלט המיועד, לפני סיום החישוב).

<u>הערה נוספת לגבי הגדרה 2.6:</u> כאן מתברר תפקידה של הדרישה $\text{␣} \in \Gamma \setminus \Sigma$. ללא דרישה זו לא היתה דרך לסמן את סוף הקלט, ובפרט למכונה M שכזו (עבורה $\Sigma = \Gamma$) $f_M(\alpha) = f_M(\alpha\text{␣})$. חמור מזאת, לכל α, עליו f_M מוגדר, קיים מספר טבעי n כך שלכל $\beta \in \Gamma^*$ מתקיים: $f_M(\alpha) = f_M(\alpha\text{␣}^n\beta)$. הוכח את נכונות הטענה האחרונה (רמז: במהלך חישוב עוצר על α, M ביקרה רק במספר סופי של תאים), ותן דעתך על משמעותה.

<u>תרגיל 2.3:</u> בנה מכונת טיורינג אשר מחשבת הזזה ציקלית ימנית של מחרוזת נתונה, ז.א. מחשבת את הפונקציה $\text{shift}(\sigma_1 \cdots \sigma_n) = \sigma_n\sigma_1 \cdots \sigma_{n-1}$.

<u>תרגיל 2.4:</u> בנה מכונת טיורינג אשר מחשבת את המחרוזת העוקבת (בסדר לקסיקוגרפי קנוני) למחרוזת הנתונה. ז.א. מחשבת את הפונקציה succ המוגדרת כך שלכל α ולכל $\alpha < \beta$ מתקיים $\alpha < \text{succ}(\alpha) \le \beta$.

<u>הערה:</u> עד עתה הגבלנו את עצמנו לחישוב פונקציות בעלות ארגומנט בודד. ניתן לכתוב פונקציה בעלת n ארגומנטים בפונקציה בעלת ארגומנט בודד, ע"י הוספת אות נוספת לא"ב (# למשל) וכתיבת הקלט בצורה: $arg_1\#arg_2\#\cdots\#arg_n$.

<u>תרגיל 2.5:</u> בנה מכונת טיורינג אשר מוצאת את הסדר בין שתי מחרוזות נתונות, ז.א. מחשבת

את הפונקציה: $\text{order}(\alpha,\beta) \triangleq \begin{cases} 0 & \text{if} \quad \alpha < \beta \\ 1 & \text{if} \quad \alpha = \beta \\ 2 & \text{if} \quad \alpha > \beta \end{cases}$.

<u>תרגיל 2.6:</u> בנה מכונת טיורינג אשר מוצאת את המיקום של מחרוזת בינארית בסדר הקנוני, ז.א. מחשבת את הפונקציה $\text{index}(\alpha)$ המוגדר כיצוג הבינארי של המספר i אם α היא המילה ה-i-ית בסדר הקנוני. (רמז: $\text{index}(\lambda) = 1$, $\text{index}(0) = 2$, $\text{index}(1) = 3$, $\text{index}(00) = 4$. הסתכל בקידוד הבינארי של האינדקסים $1,2,3,4 \cdots$).

<u>תרגיל 2.7:</u> בנה מכונת טיורינג המחשבת את הפונקציה ההפוכה לפונקציה מתרגיל 2.6 (חשוב לפני שאתה בונה, שים לב כי ההפכי אינו מוגדר על כל מחרוזת!).

<u>מילות סיכום</u> (למתקדמים): "המודל של מכונת טיורינג" הוא קבוצה אינסופית של מכונות (מחשבים), אשר עבור כל אחת מהן מוגדרת הפונקציה שהיא מחשבת. לפיכך מוגדרת גם קבוצת הפונקציות הניתנות לחישוב ע"י מכונות טיורינג. כבר ציינו כי לא כל הפונקציות מ-Σ^* ל-Σ^* ניתנות לחישוב במודל "סביר" של חישוב (וכאן המקום לאמר, בפרט ע"י מכונת טיורינג). "מודל סביר של חישוב" היא סדרה (יתכן אינסופית) של מכונות סופיות, שכל אחת מהן מחשבת פונקציה מ-$\{0,1\}^*$ ל-$\{0,1\}^*$. בעיקר נתעניין במודלים כלליים של חישוב שבהם ניתן לחשב פונקציות שברור כי הן ניתנות לחישוב, כגון כל הפונקציות הניתנות לחישוב ע"י מכונות טיורינג. נראה בעתיד כי מודל "סביר" של חישוב אינו מסוגל לחשב יותר מכך. תזה מרכזית זו, הנקראת התזה של צ'רץ' (או התזה של טיורינג וצ'רץ'), הגורסת כי קבוצת הפונקציות הניתנות לחישוב ע"י מודל כללי "סביר" אינה תלויה במודל, תעבור כחוט השני במהלך כל הקורס, ותהווה הצדקה לשימוש במודל של מכונת טיורינג למרות מוזרותו (מנקודת מבט פרקטית). זוהי תזה (טענה שאינה מוגדרת היטב) מכיוון שהיא מתיחסת למושג "מודל סביר של חישוב" שהוא מושג שברצוננו לשמור כאינטואיציה בלבד (כי ברגע שנגדיר מושג זה תשאל שוב השאלה "האם ההגדרה הפורמלית מתאימה לאינטואיציה?", ועל שאלה כזו מטבעה לא ניתן לענות בטיעון פורמלי).

<u>אזהרה:</u> לגבי הגדרת הפונקציה שמכונת טיורינג מחשבת, מצויים במקורות שונים הגדרות שונות. השוני הוא טכני גרידא ואין לו משמעות מהותית במובן שקל להראות שלכל פונקציה הניתנת לחישוב ע"י מכונת טיורינג M עפ"י הגדרה אחת, קיימת מכונת טיורינג M' המחשבת אותה עפ"י הגדרה שניה. (ההגדרה המובאת כאן היא ההגדרה הנראית למחבר כטבעית ביותר וכהכי פחות מסורבלת).