

תרגילים (לקראת השיעור ב-6 ליולי):

בשאלות 2 עד 4, ראשית פתח בצורה מלאה את הנוסחאות הנכונות. לאחר מכן נסה למצוא גם תשובה מספרית – לצורך זה אפשר להיעזר בטבלאות או בתוכנות מתאימות.

1. יהיו $X_1, X_2, \dots$, סדרת משתנים מקריים בלתי תלויים ושווי התפלגות. בפרט יש להם ממוצע ושונות משותפים. נסמן ב- M_n את הממוצע האמפירי, או הנמדד, אחרי n דגימות, כלומר הממוצע של המשתנים המקריים מ-1 ועד n . נסמן ב- S_n את השונות הנמדדת, או האמפירית, כלומר את הממוצע של $(X_i - M_n)^2$ מ-1 ועד n . חוקי המספרים הגדולים מבטיחים כי M_n שואף לממוצע המשותף של המשתנים המקריים. נסח במדויק חוקי מספרים גדולים, חזק וחלש, לשאיפת השונות הנמדדת לשונות המשותפת, והוכח אותם (אפשר להשתמש בחוקי המספרים הגדולים המתייחסים לממוצעים).

2. במשאל בעד או נגד החזרת הגולן שאלו 1000 אנשים שנבחרו באקראי ו-520 מהם היו בעד (הממצא רק לצורך התרגיל). באיזו רמת ביטחון אפשר לומר כי $\frac{520}{1000}$ היא הפרופורציה באוכלוסייה כולה? כלומר:

- א. אם מסתפקים ברמת ביטחון של 95% היכן נמצא הממוצע באוכלוסייה?
- ב. אם רוצים רמת ביטחון של 99% היכן נמצא הממוצע באוכלוסייה?
- א. באיזו רמת ביטחון אפשר לומר כי יותר מחמישים אחוזים של האוכלוסייה הם בעד החזרת הגולן?

3. מספר הבנות שנולדו בארצות הברית בשנת 2002 היה 1,963,747 בעוד מספר הזכרים שנולדו באותה שנה היה 2,057,979. באיזו מידת מובהקות אפשר לקבוע כי הסיכוי ללידת זכר גבוה מחמישים אחוז?

4. אתה מתבקש לבצע משאל בנוגע לצריכת שני מוצרים. אתה מעריך כי את הראשון, שמפו מיוחד ממיץ גזר, ירצו לנסות כחמישה אחוז מהנשאלים, בעוד שאת השני, שוקולד עשוי גם הוא מגזר, עשויים לנסות ארבעים אחוז מהנשאלים. בשני המקרים אתה רוצה להגיע להגדרת רווח בר-סמך של לא יותר משני אחוזים. מה גודל המדגמים שעליך להכין אם תרצה רמת מובהקות של 95%? מה יהיה גודל המדגם אם תרצה לעלות את רמת המובהקות ל-99%?