

תרגילים (לקראת השיעור ב-15 ליוני):

1. בכיסך חמש מטבעות, שתיים של שקל ושלוש של שני שקלים. לכל אחת גודל שונה: הרדיוסים של המטבעות הם $1/2$, $3/4$, 1 , $5/4$ ו- $3/2$ ס"מ בהתאמה. שתי הקטנות יותר הן של שקל אחד. אתה בוחר באקראי שתי מטבעות, אחת אחרי השנייה, כאשר הסיכוי להעלות מטבע פרופורציוני לרדיוס שלה. אם הוצאת שתי מטבעות שסכומן 3 אתה מפסיק. אחרת אתה מחזיר את המטבעות לכיס ומנסה שוב. בנה מרחב מדגם ומשתנה מקרי שיעזרו לך לענות על שאלות הסתברותיות בקשר לסיטואציה.
2. בשאלה הקודמת: מה תוחלת סכום המטבעות שאתה מוציא כל פעם? מה תוחלת מספר הפעמים שיידרשו כדי להעלות מטבעות שסכומן 3? (השתמש במשתנה המקרי שבנית!!)
3. במצב המתואר בשאלה הקודמת: מה הסיכויים שתעלה מטבעות שסכומן שלוש וסכום הרדיוסים של המטבעות שהעלית הוא 2? (גם כאן, השתמש במשתנים מקריים מפורשים.)
4. הנה ציטוט ממאמר ב-דה מרקר, מאמר שמקורו בניו יורק טיימס:

"אך כאן גם טמונה בדיוק הבעיה של אפל: החברה הפכה לכל כך גדולה כך שחוק המספרים הגדולים החל לפעול נגדה. חוק המספרים הגדולים, שאותו הוכיח המתמטיקאי השווייצי בן המאה ה-17 יעקב ברנולי, קובע כי כל משתנה ילך ויתקרב לממוצע ככל שמדגם התוצאות גדול יותר. במקרה של חברות גדולות, משמעות החוק היא כי ככל שחברות הולכות וגדלות, צפויה האטה בצמיחה החדה ברווחיהן ובעלייה החדה במחיר מניותיהן."

המאמר המופיע ב-

http://www.gadial.net/2012/02/25/bad_math_law_of_large_numbers/

מתייחס לשימוש שנשעה בתרגיל הקודם. מה דעתך על מאמר זה?

5. אוטובוסים מגיעים לתחנה כל 10 דקות בממוצע. נוסע מגיע לתחנה בזמן אקראי המפולג באופן אחיד בזמן. מהו זמן ההמתנה הממוצע המכסימלי האפשרי? מהו זמן ההמתנה הממוצע המינימלי האפשרי? מהו זמן ההמתנה הממוצע אם המרווחים בין כל שני אוטובוסים מפולגים אחיד ובאופן בלתי תלוי על אינטרוול זמן $[0, T]$? מהו זמן ההמתנה הממוצע אם המרווחים בין כל שני אוטובוסים מפולגים אחיד ובאופן בלתי תלוי עם פונקציית צפיפות מעריכית? האם הגיוני להניח כי המרווחים בין הגעת האוטובוסים מפולגים מעריכית?
6. בקופה שבחנות הירקות מעגלים את המחירים לשקל שלם הקרוב יותר למדידה. בהנחה כי גודל הסטייה משקל שלם מתפלג באופן אוניפורמי והשקילות של המוצרים השונים בלתי תלויות:
 - א. חשב הערכה להסתברות לרווח והפסד של מעל ל-10 שקלים אחרי 100 מכירות, בהנחה כי התפלגות סכום עיגולי המחירים אחרי 100 מכירות קרובה דיה להתפלגות נורמלית.
 - ב. השווה את התוצאה להערכה שקבלת בעזרת אי-שוויון צ'בישב (בתרגיל במטלה 6).