

מבחן סיום שניתן בעבר לקורס "הסתברות וסטטיסטיקה":  
תכנית רוטשילד ויצמן

ענה על כל השאלות. לרשותך שלוש שעות, אך קח בחשבון כי חלק מהזמן המוקצב יספיק כדי לתת תשובות מלאות ומפורטות. המבחן לא בודק את היכולת להציב נתונים בנוסחה. תשובה מלאה אמורה להתייחס (בקיצור) הן למודל שלפיו עובדים והן להנחות המתבקשות לפני שמתמשים בנוסחה. התשובה צריכה להיכתב מנקודת מבט של מורה המסביר לתלמיד שכבר יודע פחות או יותר את החומר מה צריך לעשות (ולא של תלמיד שרק רוצה להראות לבודק כי הוא יודע את החומר). תשובה לקונית, למשל, המספר הנכון בלבד, תזכה רק בחלק של הניקוד.

- נתון כי משתנה מקרי  $X$  קטן ממש בכל נקודת מדגם ממשנתה אחר  $Y$ , וגם נתון כי הערך המכסימלי שהמשתנה  $X$  מקבל גדול מהערך המינימלי שהמשתנה  $Y$  מקבל. האם יתכן כי  $X$  ו- $Y$  בלתי תלויים?
- נתונים  $X_1, X_2, \dots, X_n$  משתנים מקריים בלתי תלויים ושווי התפלגות. חוק הגבול המרכזי אומר כי ההתפלגות של המשתנה המקרי הנתון על ידי הסכום  $X_1 + X_2 + \dots + X_n$  שואפת, כאשר  $n$  שואף לאינסוף, להתפלגות של משתנה מקרי נורמלי. הסבר את משמעות המונח "שואפת" בהקשר זה.
- במאמר שפרסמו מרדכי הלפרט ובוועז סנג'רו (מחקרי משפט כו, 2010, עמודים 734-788) מצביעים המחברים על טעויות משפטיות חמורות ששופטים עושים כאשר הם מרשיעים נאשם, למשל במעשה רצח, בהסתמך רק על הודאה שלו באשמה. הנימוק שהשופטים משתמשים בו הוא כי לא סביר שאדם יודה במעשה חמור שכזה אם לא ביצע אותו. לדברי כותבי המאמר יש כאן כשל בהבנת תורת ההסתברות. לדבריהם "האמת המפתיעה היא שגם ספק קלוש באמיתות ההודאה עלול לגרום במקרים מסוימים לספק עצום בוודאות ההרשעה". האם אתה מסכים עם טענה זו? האם תוכל לתאר מהם המקרים המסוימים אליהם מתכוונים, כנראה, הכותבים? הסבר.
- בסל אחד נמצאים חמישה כדורים לבנים וחמישה שחורים. בסל שני יש חמישים כדורים לבנים וחמישים שחורים. אתה רשאי לבחור אחד מהסלים ואז להוציא באקראי שני כדורים. מטרתך להגדיל ככול האפשר את ההסתברות שלפחות אחד מהכדורים שהוצאת יהיה לבן. האם משנה באיזה סל תבחר, ואם כן מהו הסל שתבחר?
- בניסוי שנערך בארצות הברית (תוצאותיו התפרסמו ב-1986) ניתנו למחצית מקרב 20,000 אנשים גלולות אספירין מדי יום, ולמחצית השנייה פלסבו. מתוך אלה שבלעו את הגלולות קיבלו 145 התקף לב, ומתוך אלה שבלעו פלסבו קיבלו 209 התקף לב. באיזו מידה מהוות תוצאות אלה עדות ליעילות של אספירין במניעת התקפי לב?
- מזיעים לך הגרלה כדלהלן: נטיל מטבע מאוזנת מספר רב מאוד של פעמים. אם הפרופורציה של מספר הפעמים שהמטבע תיפול על "מספר" רחוקה שתי סטיות תקן מחמישים אחוז, תקבל 10 שקלים. אם רחוקה פחות משתי סטיות תקן תשלם שקל אחד. האם תוחלת הרווח שלך חיובית?

בהצלחה !