

מבחן סיום שניתן בעבר לקורס "הסתברות וסטטיסטיקה":
תכנית רוטשילד ויצמן

ענה על כל השאלות. לרשותך שלוש שעות. המבחן לא בודק את היכולת להציב נתונים בנוסחה. תשובה מלאה אמורה להתייחס (בקיצור) הן למודל שלפיו עובדים והן להנחות המתבקשות לפני שמשתמשים בנוסחה. התשובה צריכה להיכתב מנקודת מבט של מורה המסביר לתלמיד שכבר יודע פחות או יותר את החומר מה צריך לעשות (ולא של תלמיד שרק רוצה להראות לבודק כי הוא יודע את החומר). תשובה לקונת, למשל, המספר הנכון בלבד, תזכה רק בחלק קטן של הנקוד. הסברים לא נכונים או לא רלבנטיים מורידים מהציון!

1. אתה משתתף במשחק בו מוטלות שתי קוביות הוגנות (על כל אחת המספרים מ-1 ועד 6). אתה יכול לבחור בין ניהוש כי אחרי ההטלה סכום המספרים המופיעים בצד העליון של הקוביות הוא בין 2 לבין 6 או כי הסכום הוא בין 8 לבין 12. אם תצדק תקבל 20 שקלים. אם סכום המספרים המופיעים למעלה הוא 7 תשלם 50 שקלים. על מי מבין שתי האפשרויות כדאי לך להמר ומה תוחלת הרווח או ההפסד שלך?
2. בוחרים נקודה בעיגול היחידה במישור באופן אקראי, כאשר האקראיות היא לפי מידת השטח, כלומר, לשתי קבוצות להן שטחים שווים בעיגול, יש סיכוי זהה לכך שהנקודה תבחר מהן. מה תוחלת המרחק של הנקודה שנבחרה מהראשית?
3. "אין אפשרות להדגים (באופן לא טריוויאלי) את החוק החזק של המספרים הגדולים על מרחב מדגם סופי". הסבר מדוע.
4. א. הצג דוגמא של משתנה מקרי עם תוחלת אינסופית. ב. הצג דוגמא (או לפחות הסבר כיצד לבנות דוגמא) למשתנה מקרי בעל תוחלת סופית אך שונות אינסופית. ג. האם יתכן משתנה מקרי עם תוחלת אינסופית אך שונות סופית?
5. במדינת מסוימת נהוג לעצור באופן אקראי נהגים לבדיקת נשיפה כדי לוודא שאינם נוהגים תחת אלכוהול, זאת מכיוון שידוע כי עשרים אחוזים של הנהגים שם אינם זהירים ונוהגים תחת השפעת אלכוהול. אלא שבדיקת הנשיפה אינה אמינה במאה אחוזים: הבדיקה תאתר נהג תחת השפעה רק בהסתברות של 90 אחוזים, בעוד שבהסתברות של 5 אחוזים הבדיקה תצביע על צריכת אלכוהול מעל המותר לנהג שלא צרך קודם לכן אלכוהול מעל המותר. נהג נעצר והבדיקה הראתה כי צרך אלכוהול מעל המותר. מה הסיכוי שהנהג אכן נהג תחת השפעת אלכוהול?
6. מאפייה שהתחייבה לספק לחמניות לתושבי עיירה בת 40,000 נפש מוצאת כי ממוצע הביקוש ללחמניות הוא 10,000 ליום. בהנחה כי הדרישות היומיות ללחמנייה הן בלתי תלויות ושוות התפלגות בין תושב ותושב ובין יום ליום, כמה לחמניות צריכה המאפייה לאפות כל יום כדי שב-95 אחוז של הימים יהיו מספיק לחמניות לכל דורש? כמה לחמניות צריכה המאפייה להכין כל יום אם המטרה היא כי ב-99 אחוז של הימים יהיו מספיק לחמניות לכל הדורשים? כמה לחמניות צריכה המאפייה להכין כל יום אם ברצונה לספק את הביקוש ב-100% של הימים?

בהצלחה !