

תרגילים (לקראת השיעור ב- 7 למאי):

פתור כל אחד מהתרגילים החישוביים שלהלן על ידי זיהוי מדוקדק של מרחב המדגם. אם דרוש להניח הנחות על ההסתברויות השונות – רשום אותן במפורש.

1. קווים מקבילים מצוירים על רצפה כאשר המרחק ביניהם הוא  $D$ . מחט שאורכה  $L$  נזרקה לרצפה באופן מקרי. מה הסיכוי שהמחט נוגעת באחד הקווים?

2. שני אנשים נדברו להיפגש בכיכר העיר בשעה מסוימת בין 1 ל- 3 אחרי הצהריים וסיכמו שמי שמגיע ראשון יחכה לשני חמש דקות בדיוק ואחר כך יעזוב. שניהם שכחו את השעה המדויקת של המפגש ולכן כל אחד מהם בחר את שעת הגעתו לכיכר בצורה אקראית. מה הסיכוי שיפגשו אחד את השני?

3. הוכח בעזרת אקסיומות מרחב המדגם כי לכל שני מאורעות  $A$  ו- $B$  מתקיים

$$P(A) + P(B) \geq P(A \cup B)$$

4. שניים משחקים רולטה רוסית באקדח בן 6 כדורים, כאשר כל אחד בתורו משחק עם הכדורים שנותרו, עד שאחד מהם נהרג. מה הסיכוי שההרוג יהיה זה שמסובב ראשון את תוף האקדח?

5. למאורע  $A$  סיכוי של  $2/3$ . גם למאורע  $B$  סיכוי של  $2/3$ . נתון כי  $A$  אכן קרה. מהו הסיכוי הגבוה ביותר ומהו הסיכוי הקטן ביותר כי  $B$  קרה גם הוא?

6. עשרה תיירים בוחרים, כל אחד באופן ובצורה בלתי תלויה, אחד מארבעה מלונות. מה הסיכוי שיהיה מלון שלא יבחר על ידי איש מהם?

את התרגילים הבאים פתור על ידי חיפוש והפנייה לספרות המתאימה.

7. הראה בנייה של קבוצה חלקית לאינטרוול  $[0,1]$  שאינה קבוצת בורל.

8. הוכח בעזרת אקסיומת הבחירה כי קיימת קבוצה שאינה מדידה לבג, כלומר שאינה איחוד של קבוצת בורל עם קבוצה חלקית לקבוצה שמידתה אפס.