

מטלה (לקראת השיעור ב- 26 למרס):

הממוצע (האריתמטי) של n מספרים ממשיים הוא סכומם מחולק ב- n .

1. הוכח כי הממוצע (האריתמטי) הוא אותו המספר (היחיד) שעבורו סכום ריבועי הסטיות של המספרים מהממוצע הוא מינימלי.
2. הגדר ממוצע משוקלל של המספרים, נאמר, $a_1, a_2, \dots, a_n$, עם משקולות $w_1, w_2, \dots, w_n$ בהתאמה. מהי בעיית המינימיזציה אותה פותר הממוצע שהגדרת?
3. תהי $f(x)$ פונקציה שיש לה אינטגרל המוגדרת על הקטע $[0,1]$ לתוך הממשיים. הגדר את הממוצע של ערכי הפונקציה. מהי בעיית המינימיזציה אותה פותר הממוצע שהגדרת?
4. מה ישתנה בפתרון התרגיל הקודם אם הפונקציה מוגדרת על הקטע $[2,5]$?
5. נתון כי בכל עשור של גילים, 20-30, 30-40, 40-50, 50-60 ו- 60-70 גברים בני אותו עשור משתכרים בממוצע יותר מאשר נשים בנות אותו עשור. האם אפשר להסיק מכך כי בכלל האוכלוסייה, בממוצע גברים משתכרים יותר מאשר נשים?
6. מכונית נוסעת מנקודה A לנקודה B (מרחקם 10 קילומטרים) במהירות קבועה של 10 קילומטר לשעה. ממשיכה לנקודה C (שוב המרחק הוא 10 ק"מ) במהירות של 5 קמ"ש. ממשיכה ל- D (שוב 10 קילומטרים) והפעם המהירות שלה היא 2 קמ"ש. ולבסוף נותנת ספרינט לנקודה E (שוב 10 קילומטרים) במהירות של 40 קמ"ש. מהי המהירות הממוצעת של המכונית בנסיעה בין A ל- E?
7. נסח במדויק את בעיית האופטימיזציה המגדירה את שיטת באדר-עופר לחלוקת המושבים בכנסת לאחר בחירות (כולל העובדה שהחלוקה ניתנת בשני שלבים: ראשית לזוגות של מפלגות שחתמו על הסכמי עודפים, ובשלב שני, עבור כל זוג מפלגות שחתמו על הסכם, חלוקה ביניהן). הצג אלגוריתם המממש פתרון לבעיה. האם יתכן כי חתימה על הסכם עודפים תפגע בסופו של דבר במספר המנדטים שמפלגה מקבלת?