

תרגילים (לקראת השיעור ב- 30 לאפריל):

פתור כל אחד מהתרגילים החישוביים שלהלן על ידי זיהוי **מדוקדק** של מרחב המדגם. אם דרוש להניח הנחות נוספות על ההסתברויות הנתונות – רשום אותן במפורש.

1. קווים מקבילים מצוירים על רצפה כאשר המרחק ביניהם הוא D . מחט שאורכה L נזרקת לרצפה באופן מקרי. מה הסיכוי שהמחט נוגעת באחד הקווים?

2. שני אנשים נדברו להיפגש בכיכר העיר בשעה מסוימת בין 1 ל- 3 אחרי הצהריים וסיכמו שמי שמגיע ראשון יחכה לשני חמש דקות בדיוק ואחר כך יעזוב. שניהם שכחו את השעה המדויקת של המפגש ולכן כל אחד מהם בחר את שעת הגעתו לכיכר בצורה אקראית. מה הסיכוי שיפגשו אחד את השני?

3. שניים משחקים רולטה רוסית באקדח בן 6 כדורים, כאשר כל אחד בתורו משחק עם הכדורים שנותרו, עד שאחד מהם נהרג. מה הסיכוי שההרוג יהיה זה שמסובב ראשון את תוף האקדח?

4. עשרה תיירים בוחרים, כל אחד באופן ובצורה בלתי תלויה, אחד מארבעה מלונות. מה הסיכוי שיהיה מלון שלא יבחר על ידי איש מהם?

5. למאורע A סיכוי של $2/3$. גם למאורע B סיכוי של $2/3$. נתון כי A אכן קרה. מהו הסיכוי הגבוה ביותר ומהו הסיכוי הקטן ביותר כי B קרה גם הוא?

6. הראה בנייה של קבוצה חלקית לאינטרוול $[0,1]$ שאינה קבוצת בורל. (פתור את התרגיל על ידי הפניה לספרות המתאימה).

7. הוכח בעזרת אקסיומת הבחירה כי קיימת קבוצה שאינה מדידה לבג, כלומר שאינה איחוד של קבוצת בורל עם קבוצה חלקית לקבוצה שמידתה אפס. (פתור את התרגיל על ידי הפניה לספרות המתאימה).

8. לפניך חמש גרסאות לשאלה בהסתברות. פתור את כולן.

בתחרות יופי הגיעו שש בנות לקו הגמר, כולן ייפיות באותה מידה. הן עולות אחת לאחר השנייה לבמה אך האחרונה, מספר 6, לא מתאפקת ושואלת בשקט את השוער (שיודע מי הזוכה): "אנא, גלה לי מי הזוכה?" השוער משיב: "אסור לי לגלות מי הזוכה אבל אני מוכן לספר לך כי היא לא מועמדת מספר 2".

א. מספר 6 יודעת כי הדרך שהשוער בוחר את תשובתו היא כדלהלן: הוא בוחר בסיכויים שווים אחת מבין מספרי 1 עד 5 שלא זכו, ואותה הוא מציין לפניה כאחת שלא זכתה. מה הסיכויים שמספר 6 זכתה לאור אינפורמציה זו?

ב. מספר 6 יודעת כי הדרך שהשוער בוחר את תשובתו היא כדלהלן: הוא בוחר בסיכויים שווים אחת מבין אלה שמספריהם קטנים מזו שנבחרה ואותה הוא מציין כאחת שלא זכתה. אם מספר 1 זכתה השוער נוקב במספר 2 כזו שלא זכתה. לאור זאת, מה הסיכויים שמספר 6 זכתה?

ג. מספר 6 יודעת כי הדרך שהשוער בוחר את תשובתו היא כדלהלן: הוא מציין את זו שמספרה קטן באחד מזו שזכתה, אלא אם כן הזוכה היא מספר 1 ואז בוחר השוער את מספר 5. מה הסיכויים שמספר 6 זכתה לאור אינפורמציה זו?

ד. מספר 6 יודעת כי הדרך שהשוער בוחר את תשובתו היא כדלהלן: אם מספר 6 זכתה הוא יאמר שמספר 2 לא זכתה, אחרת או יאמר שמספר 5 או יאמר שמספר 4 לא זכתה. מה הסיכויים שמספר 6 זכתה לאור אינפורמציה זו?

ה. מספר 6 אינה יודעת דבר על הדרך שהשוער בוחר את תשובתו: מה הסיכויים שמספר 6 זכתה?