

תרגילים (לקראת השיעור ב- 14 למאי):

1. יהיו X ו- Y שני משתנים מקריים ממשיים בלתי תלויים. האם $\max(X, Y)$ בלתי תלוי בשניהם?
2. בכיסך חמש מטבעות, שתיים של שקל ושלוש של שני שקלים. אתה בוחר באקראי שתי מטבעות. אם הוצאת שתי מטבעות שסכומן 3 אתה מפסיק. אחרת אתה מחזיר את המטבעות לכיס ומנסה שוב. בנה מרחב מדגם ומשתנה מקרי שיעזרו לך לענות על שאלות הסתברותיות בקשר לסיטואציה.
3. בשאלה הקודמת: מה תוחלת סכום המטבעות שאתה מוציא כל פעם?
4. במצב המתואר בשאלה 2: מה תוחלת מספר הפעמים שידרשו כדי להעלות מטבעות שסכומן 3?
5. מה תוחלת מספר הימים השונים בהם יהיו ימי הולדת של חברי קבוצה בה N אנשים?
6. עשרת המספרים השלמים מ-1 ועד 10 מוצבים בשורה בצורה אקראית. נסמן ב- X_i את מספר השלמים הקטנים מהמספר המוצב במקום ה- i והמוצבים לפניו בשורה. מה התוחלת של המשתנה X_i ? מה התוחלת והשונות של סכום ה- X_i ?
7. הוכח: אם X ו- Y משתנים מקריים בלתי תלויים אז לכל שתי פונקציות f ו- g המשתנים המקריים $f(X)$ ו- $g(Y)$ בלתי תלויים.
8. שיכור צועד על הקו הישר כאשר כל פעם הוא או מתקדם צעד אחד קדימה או צעד אחד אחורה (כל אחד באורך יחידה) כאשר שני אלה נבחרים באקראי. הוא מתחיל בראשית. מה תוחלת המרחק שלו מהראשית (כפונקציה של מספר הצעדים שצעד)?
9. שלוש מטבעות נזרקות בצורה אקראית עד ששתי מטבעות מראות צד שונה מהמטבע השלישית. מהי תוחלת מספר הפעמים הנדרשים כדי להגיע לתוצאה כזו?
10. בוחרים נקודה באקראי בתוך עיגול היחידה במישור, כאשר האקראיות היא כך שקודם בוחרים מרחק מהראשית ואחר כך באופן בלתי תלוי זווית מציר ה- x . מה תוחלת שטח המשולש הנוצר על ידי הנקודה שבחרנו וקוטר העיגול שעל ציר ה- x ?
11. אותה שאלה כמו הקודמת אלא שהפעם בוחרים את הנקודה באקראי פרופורציונית לשטח הקבוצה במישור.